

4. ALGEBRAICKÉ VÝRAZY

- Algebraický výraz, mnohočlen o jedné proměnné, koeficienty mnohočlenu, stupeň mnohočlenu, rovnost mnohočlenů, sčítání, odčítání, umocňování mnohočlenů, dělení mnohočlenů se zbytkem a bez zbytku, rozklad mnohočlenů (pomocí vzorců, vytýkáním), základní vzorce pro umocňování mnohočlenů $(a \pm b)^2$, $(a \pm b)^3$, $a^2 - b^2$, $a^3 \pm b^3$, rozklad kvadratického trojčlenu na součin, hodnota výrazu, lomený výraz, operace s lomenými výrazy, definiční obor proměnných výrazu (tj. „určení podmínek“), rovnost algebraických výrazů.

Příklady:

1. Vypočítejte a proveďte zkoušku dosazením:

- a) $(2a - 5b) - (-5b - 6a) - (7a + 8b) - (a - 2b)$; $a = 4, b = 5$
 b) $3a - \{-2a + 6b - [-3a - 5b - (-10b + a) - b] - 5a\} + 2b$; $a = -1, b = 3$
 c) $3x^2y + 15xy^2 - [13xy^2 + 5x^2y - 2x^2y - (-2xy^2) - 5x^2y] + 2x^2y^2$; $a = -2, b = -1$

2. Sečtěte:

- a) $4(3x^2 - 4x^3 + 4x - 1) - 2(3x^3 + 3x - 4x^2 - 2) + 3(x - 1 - x^2 + x^3)$
 b) $21a^2b^3 - (14a^2b^3 - 8a^3b^2 + 19a^2b^3) + 3a^3b^2$
 c) $-6xyc + 2a^2b^2 - 4a^2b + 24a^3 - [2ab^2 + (6cxy - 3a^2b - 7a^3)]$
 d) $1282x - 10,85y - 7,25 - (6,29x - 5,35) - (-8,45 - 3,43x + 1,65y)$
 e) $\frac{7}{2}a - \frac{3}{4}b - \left(\frac{4}{3}c - \frac{5}{6}a\right) + \left(\frac{6}{4}b - \frac{1}{2}c\right) - \left(\frac{2}{3}a - \frac{1}{2}b + \frac{1}{6}c\right)$
 f) $-\frac{15}{2}m - \left(2,4m - \frac{25}{3}\right) - \left(-\frac{19}{6} + 3,45m\right) - \left(\frac{4}{5}m - \frac{2}{5}n\right)$
 g) $(3,5a - 7,8b) - (5,6a - 1,8b) + (2,15a - 3,15b)$
 h) $\frac{9}{8}u - \left(5,43x - 11,25u + \frac{8}{9}\right) - \left[\frac{21}{8}u + 2\left(\frac{5}{4}x - \frac{5}{16}u\right)\right]$

3. Jaký mnohočlen musíme připočítat k mnohočlenu V , abychom získali mnohočlen $4x - (12y + (2x - 7y) - 3x)$, je-li:

- a) $V = 5x - [7y + 4x - (2x + y)]$ b) $V = [2x + 3y - (5x - 6) + 8y] - 3(x + y)$ c) $-[2x + 3y + (12 - 5(3 - 2) - 4x) - y] + x$

4.*Dokažte, že platí vztah: $x^2 = y^2 + z^2 + u^2$, kde $x = a^2 + b^2 + c^2 + d^2$; $y = a^2 + b^2 - c^2 - d^2$; $z = 2ac + 2bd$, $u = 2ad - 2bc$

5. Násobte a sečtěte:

- a) $(2a - b + 3c) \cdot (-abc)$ b) $4a^2b \cdot \{2a - [3a - 5(ab - a) + 3] - ab\}$ c) $3x^4 - 3x(5x - 6x^2) + 5x(7x^2 - 2x^3)$
 d) $(3a^2 + a + 3) \cdot (a + 2)$ e) $4a^2 \cdot [4b - (a + b + c) - 2b - 8(a - b + c)]$ f) $(4x^3 - 3x^2 - 2x - 1) \cdot (-3x^4)$
 g) $4ab \cdot \{-2a \cdot [ab - 3ab \cdot (a^2b - 4ab^2)] - 5a^2b\}$ h) $(2x^3 - 3x^2y + 4xy^2 - 5y^3) \cdot (2x^2 - 4xy - y^2)$

6. Vypočtěte:

- a) $(5x^2 - 3x - 7) \cdot (4x^3 - 2x^2 + x + 4) \cdot (x - 1)$ b) $(3y - 2x) \cdot \{(x - y) - (2x + 3y) \cdot [(3x - 2y) - (4x - 3y) \cdot (x + y)]\}$
 c) $2x^2 \cdot (y^2 - x^2) - y^2 \cdot (x^2 + 1) + x^2 \cdot (x^2 + y^2) + y^2(1 - x^2)$ d) $(2a + 3) \cdot (2a - 5) - (2a + 1) \cdot (2a - 3) + 3a$
 e) $(0,36x^2 - 0,36xy + 0,9y^2) \cdot (0,6x + 0,3y)$ f) $\frac{3}{4} \cdot \left[\frac{1}{2}x \cdot (2x + 4) \cdot (x - 1) + (2x - 3) \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)\right]$

7. Vypočtěte:

- a) $(8x^3 - 4x^2y + 2xy^2 - y^3) \cdot (2x + y)$ b) $(a^4 + 3a^3b + 9a^2b^2 + 27ab^3 + 81b^4) \cdot (a - 3b)$

$$c) (-m^5 + m^4n - m^3n^2 + m^2n^3 - mn^4 + n^5) \cdot (m+n)$$

8. Vypočtete hodnotu mnohočlenu V pro danou hodnotu x nebo a, b, c:

$$a) V = (1+x) \cdot (2+x) + (3-x) \cdot (4-x); x = -0,3 \quad b) V = (2-x) \cdot (3+x) - (x+6) \cdot (x-5) - 2(x^2 - x - 18); x = 72$$

$$c) V = (2a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2bc + 2ac) \cdot (a - b - c); a = \frac{2}{3}, b = \frac{5}{3}, c = -\frac{1}{3}$$

9. Umocněte:

$$a) (2a^2b - 5ab^2)^2 \quad b) (3xy + 4xy^2)^2 \quad c) \left(1,2 - \frac{3}{4}a\right)^2 \quad d) (-2a^2 - a^3)^2 \quad e) (-b + 2a)^2$$

$$f) (-3x^4y^5 + 0,6xy^2)^2 \quad g) (3+x)^3 \quad h) (-2x-1)^3 \quad i) (2x^2 - y)^3 \quad j) (a+2b+4)^2 \quad k) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{5}a\right)^3$$

10. Vypočtete:

$$a) (6a^3 - b^6) \cdot (6a^3 + b^6) - (2a + b^2) \cdot (2a - b^2) \cdot [2a \cdot (3a + b^2) + b^4] \cdot [4a^2 - b^2 \cdot (3a - b^2)]$$

$$b) (x^2 + y^2) \cdot (y^2 - x^2) + (y^2 - x^2)^2 - 2(x^2 + y^2)^2$$

$$c) (x+y) \cdot (x^2 - xy + y^2) - (x-y) \cdot (x^2 + xy + y^2) + 2x^2y - 2y^3$$

$$d) [(1+x)^3 - (1-x)^3] \cdot (1-x)^2$$

$$e) (3x^2 - 2y^3)^3 - (3x^2 + 2y^3)^3$$

11. Umocněte:

$$a) (3ab^2c^3 - 2a^2bc^3)^3 \quad b) (-5xy^2 + x^2y)^3 \quad c) (a+2x+c-4)^2 \quad d) \left(-2x^2z^3y^6 + \frac{x^2yz}{3}\right)^2$$

12. Umocněte:

$$a) (2a-3)^4 \quad b) (x^2 - 2y^2)^5 \quad c) (4+x)^2 - (2-x)^2 \quad d) [(1+x)^3 - (1-x)^3]^2 \quad e) \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{2}{3}x - \frac{2}{5}\right)^3$$

13. Umocněte:

$$a) (0,3a^2 - 4b)^2 \quad b) \left(\frac{2}{3}m^3 - 0,6n^2\right)^2 \quad c) (1,5a^2b - 0,8ab^2)^2 \quad d) \left(\frac{1}{5}abc^2 + \frac{2}{4}ab\frac{2}{5}\right)^2$$

13a. Umocněte:

$$a) \left(x^{m+2} - \frac{1}{2}y^2\right)^2 \quad b) (0,2x^{n-1}y^4 + 5x^{1-n}y)^2 \quad c) (3x^2 - 4y^{n-1})^2 \quad d) \left(\frac{3}{2}x^{n+2} - \frac{3}{5}x^{2n+1}\right)^2$$

$$e) (3x^n - 1)^3 \quad f) (5a^{x-3} - 3a^{3-x})^3 \quad g) (-a^{m-n}b^m - a^{2-m}b^{m-2})^3 \quad h) \left(\frac{1}{2}x^{-2} + x^2\right)^2$$

14. Rozložte na součin výrazy (použijte vytýkání z celého výrazu):

$$a) 6r - 2s + 8 \quad b) 7ax + 7x \quad c) 22y^3 - 11xy^2 \quad d) 55y^2 - 5y \quad e) 14a^3 + 21a^2b - 7ab$$

$$d) 12a^2b^2 - 18ab^2 + 30ab^4 \quad f) 20y^4 + 25y^2r + 10y^3 \quad g) 105x^4y^2 - 15x^2y^3$$

$$h) -24x^2y^3z^2 - 9xz^3 \quad i) \frac{2}{3}x^3yz^4 - \frac{3}{5}x^2y^2z^4 \quad j) a^2 - 2a + 3ab \quad k) 8a^2 - 28ab - 4ab^2$$

$$l) -27a^2 + 81a - 18a^3 \quad m) 84a^2b^3c - 35a^3c + 105a^4bc^2 \quad n) -36a^4b^5c^3 + 12a^3bc^3 + 42a^2b^3c^4$$

15. Rozložte na součin mnohočlenu:

$$a) 3(r+2) + s(r+2) \quad b) -9r(5r-7s) - 4s(5r-7s) \quad c) 6s(s-r) + 5r(r-s) \quad d) r + 2t(r-s) - s$$

$$e) xy - x - y + 1 \quad f) x^3 + x^2 + x + 1 \quad g) 4x^3 + x^2 - 12x - 3 \quad h) 4x + ay + ax + 4y$$

i) $4x - ay + ax - 4y$ j) $5k - 15 - k(k - 3)$ k) $7a - 2ab + 7b - 2a^2$ l) $-x^2 - xy + 10y + 10x$
 m) $2(y^2 + 3) - y(y^2 + 3) + x(y^2 + 3)$ n) $a(a - 2b) - 6b + 2b^2 + 3a - ab$

16. Rozložte na součin mnohočleny:

a) $x^2 - 10x + 25$ b) $4x^2 - 28x + 49$ c) $64 - 48x + 9x^2$ d) $25x^2 - 15x + \frac{9}{4}$ e) $49 - r^2$
 f) $4a^4b^2 - 20a^2bc + 25c^2$ g) $u^4v^2 + 6u^2v + 9$ h) $0,25u^4 - u^2v + 9$ i) $r^2 - 25$ j) $81r^2 - 100$
 k) $16x^2 - (3x - 5)^2$ l) $169x^2 - (9x - 7)^2$ m) $400x^2 - (8y + 5)^2$ n) $(2x + 3)^2 - (5y - 1)^2$
 o) $(x + y)^2 - (2x - 3y)^2$ p) $(2y - 3)^2 - (3y - 4)^2$ q) $x^3 - xy^2 - x^2 + y^2$ r) $4x^2 - 4xy + y^2 - z^2$
 s) $a^2 - 6ab + 9b^2 - c^2$ t) $m^2 - 18m + 81 - 16n^2$ u) $p^2 + 2pr + r^2 - o^2$ v) $x^2 - z^2 + 4y^2 + 4xy + 6z - 9$

17. Rozložte mnohočlen na součin mnohočlenů:

a) $7a^3bc - 14a^4b^2c^2 - 21ab^4$ b) $9x^2 - 81y^2$ c) $(x - y)a^4 + (x + y)a^2$
 d) $a^2 + 4ab + 4b^2 - ac - 2bc$ e) $x^3 - x^2y - xy^2 + y^3$ f) $5x^2y^4 + 40x^2y$ g) $a^4 + a^2 + a^3 - 1$
 h) $(x + y)^3 - (x - y)^3$ i) $2a^2 - 2a + 1 + a^4 - 2a^3$ k) $2x^2 + x - 1$ l) $x^3 - 3x^2 + 4$

18. Rozložte na součin mnohočleny:

a) $4(x + 5) \cdot (x + 6) \cdot (x + 10) \cdot (x + 12) - 3x^2$ b) $2(x^2 + 6x + 1)^2 + 5(x^2 + 6x + 1) \cdot (x^2 + 1) + 2(x^2 + 1)^2$
 c) $(x + 1) \cdot (x + 3) \cdot (x + 5) \cdot (x + 7) + 15$ d) $8x^3 - 36x^2 + 54x - 27$ e) $x^3 + 9x^2 + 11x - 21$
 f) $x^3 + 9x^2 + 11x - 21$ g) $(x + 1) \cdot (x + 2) \cdot (x + 3) \cdot (x + 4) - 24$

19. Upravte na součin mnohočleny:

a) $(x^2 + x + 4)^2 + 8x(x^2 + x + 4) + 15x^2$ b) $(x^2 + x)^2 + 4(x^2 + x) - 12$ c) $2(2x - a)^3 - 27a^2x$
 c) $(b + c)^3 + (c + a)^3 + (a + b)^3 - 3(b + c) \cdot (c + a) \cdot (a + b)$
 d) $(b - c)^3 + (c - a)^3 + (a - b)^3 - 3(b - c) \cdot (c - a) \cdot (a - b)$

20. Upravte mnohočlen

a) $(a^2 + b^2) \cdot (x^2 + y^2) - (ax + by)^2$ b) $(a - c)^3 + (c - b)^3 + (b - a)^3$
 c) $(a^2 + b^2 + c^2) \cdot (x^2 + y^2 + z^2) - (ax + by + cz)^2$ d) $(bc + ca + ab)^2 + (a^2 - bc)^2 + (b^2 - ac)^2 + (c^2 - ab)^2$
 e) $(a + b + c) \cdot (ax^2 + by^2 + cz^2) - (ax + by + cz)^2$ f) $a(b + c)^2 + b(c + a)^2 + c(a + b)^2 - 4abc$

21. Rozložte na součin kvadratický trojčlen:

a) $x^2 + 2x - 8$ b) $x^2 + 4x + 3$ c) $x^2 + x - 20$ d) $x^2 + 3x + 2$ e) $x^2 + 8x + 15$
 f) $x^2 - 12x + 35$ g) $x^2 - 10x - 11$ h) $x^2 - 6x - 40$ i) $-32 - 18x - x^2$ j) $-10 + x^2 + 3x$
 k) $-18x + 3x^2 - 48$ l) $2x^2 - 40 + 2x$ m) $x^2 - 15x + 26$ n) $x^2 - 6x - 7$ o) $3x^2 - 15x + 18$

22. Vydělte polynomy:

a) $(2x^4 + 5x^3 - x^2 + 5x - 3) : (x + 3)$ b) $(15r^2 - 47rs + 28s^2) : (5r - 4s)$
 c) $(2x^3 - x^2 + 2x - 1) : \left(x - \frac{1}{2}\right)$ d) $(10a^7 + 13a^5 - 45a^3 + 18a) : (5a^2 - 6)$
 e) $[(x - 1)^2 - 16] : (x + 3) =$ f) $[(2x + a) \cdot (2x - a) + 2a(2x - a)] : (2x + 3a)$
 g) $[2x^2(x^2 - 1) + x(3x^2 + 5) - 2] : (2x^2 - x + 2)$ h) $[(x + 1)^2 - (x - 1)^2 + (x + 1) \cdot (x - 1) + 4] : (x + 1)$

$$\begin{array}{ll} \text{i) } \left[(-40x^3 + 118x^2 - 99x + 18) : (-4x + 1)\right] : (5x - 6) & \text{j) } \left[(2x^3 + 3x^2 - 32x + 15) : (x - 3)\right] : (x + 5) \\ \text{k) } (75a^4 - 250a^3 + 63a^2 + 40a - 12) : (3a^2 - 10a + 3) & \text{l) } (16a^5 - 24a^4 + 25a^3 - 16a^2 + 7a - 2) : (4a^2 - 3a + 2) \\ \text{m) } (35 + x - 10x^2 + 19x^3 - 15x^4) : (5 - 2x + 3x^2) & \text{n) } (-2a^3 - 3a^2 + 13a - 6) : (-a^2 - 3a + 2) \end{array}$$

23. Vydělte polynomy:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } (28x^5 - 45x^4 - 41x^2 + 44x^3 + 21x - 10) : (7x^3 - 6x^2 + 3x - 5) & \text{b) } (a^9 - b^9) : (a^3 - b^3) \\ \text{c) } (32 + 100x^2 + 26x^3 + 104x - 13x^4 + x^5) : (8 + 12x + x^3) & \text{d) } (a^6 - 64) : (a + 2) \\ \text{e) } (3a^2 - 4ab + 8ac - 4b^2 + 8bc - 3c^2) : (a - 2b + 3c) & \text{f) } (6a^2 - 7a + 3) : (2a - 1) \\ \text{g) } (156a^2 - 31ab + 113ac - 40b^2 + 141bc - 119c^2) : (13a - 8b + 17c) & \text{h) } (6x^3 + 13x^2 + 7) : (x - 4) \\ \text{i) } (15a^4 + 8a^3b - 41a^2b^2 + 10ab^3 + 8b^4) : (5a^2 + 6ab - 8b^2) & \text{j) } [a^3 + (n-1)a^2 - (2n+1)a - 2] : (a - 2) \\ \text{k) } (6a^5 - 15a^3b^3 + 3a^3 + 8a^2b^2 - 20b^5 + 4b^2 - 6a^2 + 15b^3 - 3) : (3a^3 + 4b^2 - 3) & \text{l) } (a^9 - 3a^5) : (a - 1) \end{array}$$

24. Určete definiční obor výrazů:

$$\begin{array}{llllll} \text{a) } \sqrt{x+1} & \text{b) } \frac{3}{\sqrt{3-x}} & \text{c) } \frac{x}{\sqrt{3-x}} & \text{d) } 4(x+y)\sqrt{\frac{1-y}{x+2}} & \text{e) } \left(x + \sqrt{1-x^2}\right)^2 - \left(x - \sqrt{1-x^2}\right)^2 \\ \text{f) } \frac{x+2}{5} & \text{g) } \frac{(y+4)^2}{x^2+5} & \text{h) } \sqrt{1-|x+2|} & \text{i) } \frac{2x^2}{\sqrt{y-2} \cdot \sqrt{z-2}} & \text{j) } \frac{2x}{5y}\sqrt{y-5} & \text{k) } 2x^2 + 3y^3 - \frac{5}{x} \end{array}$$

25. Určete, kdy mají dané zlomky smysl:

$$\begin{array}{llllll} \text{a) } \frac{5}{2-x} & \text{b) } \frac{3a}{a-3} & \text{c) } \frac{c}{3c+4} & \text{d) } \frac{2n+1}{4-n^2} & \text{e) } \frac{a+b}{(a-1) \cdot (2b+3)} & \text{f) } \frac{x+3}{(1-2x) \cdot (2x+1)} \\ \text{g) } \frac{x+1}{(x+2) \cdot (x-4) \cdot (x-3)} & \text{h) } \frac{2a+3}{a^2+1} & \text{i) } \frac{3-2a}{1+a^2} & \text{j) } \frac{x+1}{x^2-1} & \text{k) } \frac{1-c}{1-c^2} \end{array}$$

26. Sečtěte a udejte, kdy mají dané zlomky smysl:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } \frac{15a-4b}{12} - \frac{3b-22a}{9} & \text{b) } \frac{3x+2y}{3} - \frac{4y-2x}{6} + \frac{-19y-3x}{12} & \text{c) } \frac{b}{a-b} - \frac{a}{a+b} \\ \text{d) } \frac{x-3y}{6x} + \frac{4x-y}{2y} + \frac{5x+3a}{9a} - \frac{x^2-ay}{2ax} - \frac{2x}{y} & \text{e) } \frac{a+b}{a-b} + \frac{a-b}{a+b} & \text{f) } \frac{a}{a-2x} + \frac{3a}{a+2x} - \frac{3ax}{a^2-4x^2} \\ \text{g) } \frac{2}{x} - \frac{3}{1-2x} - \frac{2x-4}{4x^2-1} & \text{h) } \frac{x-2}{x+2} + \frac{x+2}{x-2} + \frac{3x-2}{x+3} - \frac{3x-4}{x-3} & \text{i) } \frac{1}{x} - \frac{2}{x-1} - \frac{1}{(1-x)^2} - \frac{2}{(x-1)^3} \end{array}$$

27. Vypočtěte a udejte, kdy mají dané zlomky smysl:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \frac{5a-3}{4(a+1)} - \frac{a-2}{2(a+1)} & \text{b) } \frac{5x-7}{2(2x-1)} - \frac{2x+3}{3(2x-1)} & \text{c) } \frac{5r-2}{6r-6} - \frac{4r+3}{2r-2} + \frac{4r+5}{4r-4} \\ \text{d) } \frac{7-8y}{6y+12} - \frac{2y-5}{10y+20} + \frac{4y-2}{2y+4} & \text{e) } \frac{1}{3a+1} + \frac{2}{3a-1} & \text{f) } \frac{a}{a+1} - \frac{a}{a-1} & \text{g) } \frac{y}{x-y} - \frac{x}{y-x} \end{array}$$

28. Vypočtěte a udejte, kdy mají dané zlomky smysl:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } \frac{a}{a+b} - \frac{a^2-ab}{(a-b)^2} & \text{b) } \frac{x-2y}{x+y} - \frac{2x-y}{y-x} - \frac{2x^2}{x^2-y^2} & \text{c) } \frac{4x-5}{4x+5} - \frac{4x+5}{4x-5} & \text{d) } \frac{x-1}{x^2+x} - \frac{x-3}{x^2-1} - \frac{x+2}{2x^2+2x} \\ \text{e) } \frac{2+x}{3-x} - \frac{1+x}{4-x} - \frac{1}{x^2-7x+12} & \text{f) } \frac{1}{(a-1) \cdot (a-2)} - \frac{3}{(a-2) \cdot (a-1)} + \frac{4}{(a-3) \cdot (a-1)} \end{array}$$

29. Vypočtěte a udejte, kdy mají zlomky smysl:

$$\begin{array}{lll}
 \text{a)} \left(\frac{1}{x+1} - \frac{2x}{x^2-1} \right) \cdot \left(1 - \frac{1}{x} \right) & \text{b)} \left(\frac{1-x}{x-2} - \frac{x}{x-1} \right) \cdot \left(x - \frac{3x}{x+1} \right) & \text{c)} \frac{a^2+ab}{a^2+b^2} \cdot \left(\frac{b}{a-b} - \frac{a}{a+b} \right) \\
 \text{d)} \frac{a^2-x^2}{a+b} \cdot \frac{a^2-b^2}{ax+x^2} \cdot \left(a + \frac{ax}{a-x} \right) & \text{e)} \left(\frac{2xy+x}{x+2yz} - 1 \right) \cdot \frac{x}{x-z} & \text{f)} \frac{x^2}{x^2-y^2} \cdot (xy-y^2) \\
 \text{g)} \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2} \cdot \frac{2x(x+y)}{(x-y)^2} \cdot \frac{x^4-y^4}{4(x+y)^2} & \text{h)} \frac{x^4-y^4}{x^2-2xy+y^2} \cdot \frac{x-y}{x^2+xy} & \text{i)} \frac{x^2-y^3}{2x+5} : \frac{x^2+xy+y^2}{4x^2-25}
 \end{array}$$

30. Vypočtete a udejte, kdy mají zlomky smysl:

$$\begin{array}{llll}
 \text{a)} \frac{5r}{14s} \cdot \frac{7(r+p)}{15(r-p)} & \text{b)} \frac{9(x-y)^2}{18(x+y)^2} \cdot \frac{15x+15y}{3x-3y} & \text{c)} \frac{x^2-4y^2}{x} \cdot \frac{3xy}{5x-10y} & \text{d)} \frac{a^2-b^2}{a^2-5a+6} \cdot \frac{a-3}{(a-b)^2} \\
 \text{e)} \left(\frac{2a}{3b} - \frac{3a^2}{2b} + \frac{1}{b} \right) \cdot \frac{b^2}{a} & \text{f)} \left(\frac{2x}{x+1} - 2 \right) \cdot \left(\frac{2x}{x+1} + 2 \right) & \text{g)} \left(-\frac{x}{3y-2x} - \frac{y}{2x-3y} \right) \cdot \frac{4x^2+6xy}{4x^2-9y^2}
 \end{array}$$

31. Vypočtete a udejte podmínky, za nichž mají zlomky smysl:

$$\begin{array}{lll}
 \text{a)} \left(1 + \frac{x}{2-x} \right) : \frac{2+x}{2-x} & \text{b)} \frac{a-b}{a^2-b^2} : \frac{2a^2+2b^2}{a+b} & \text{c)} \left(\frac{2x}{x+3y} + \frac{y}{x-3y} - \frac{y^2}{x^2-9y^2} \right) : \left(\frac{1}{x+3y} - \frac{x}{9y^2-x^2} \right) \\
 \text{d)} (1+x^3)^2 : \frac{x^2+2x+1}{x^2-2x+1} & \text{e)} \frac{4x^3}{x^3-y^3} : \frac{2x^3}{x^2-2xy+y^2} & \text{f)} \left(\frac{a-2}{4} - \frac{a-1}{6} \right) : \left(\frac{a+1}{2} - a \right) : \left(2 - \frac{a+1}{3} \right) \\
 \text{g)} \frac{x^2+(m+n)x+mn}{x^2+(r+n)x+m} : \frac{x^2-m^2}{x^2-r^2} & \text{h)} \frac{3ab^2x}{2cy} : (9abx) & \text{i)} \frac{28a^2bx}{4ac^3d} : \frac{24ab^2x^2}{16ac^4d^2}
 \end{array}$$

32. Dělte a udejte, kdy mají dané zlomky smysl:

$$\begin{array}{lll}
 \text{a)} \frac{4a^2-4ab}{xy^2} : \frac{16a^2-16b^2}{5x^2y} & \text{b)} \left(\frac{72a^2b}{5x^2} + \frac{36a^2b^2}{15xy} + \frac{12ab^2}{10xy^2} \right) : \frac{12ab}{5x} & \text{c)} \left(\frac{c}{2xy} \right)^3 : \left(\frac{a^3c^2}{4x^3y^2} : \frac{y}{10a^2c} \right)
 \end{array}$$

33. Vypočtete a udejte, kdy mají dané zlomky smysl:

$$\begin{array}{lll}
 \text{a)} \frac{5y^2-7}{9y^2-1} + \frac{3y^2-2}{4y^2+1} - \frac{7y^2-1}{5y^2+2} & \text{b)} \frac{x^2}{y^2+xy} + \frac{2x^2+2y^2}{xy} - \frac{y^2}{x^2+xy} & \text{c)} \frac{x^2+x+1}{(1-2x)^3} - \frac{x+1}{(1-2x)^2} + \frac{1}{1-2x} \\
 \text{d)} \frac{x^2-y^2}{x-y} - \frac{x^3-y^3}{x^2-y^2} & \text{e)} \frac{(a^2-b^2-c^2+2bc) \cdot (a-b-c)}{a+b-c} + (a-b+c) \cdot (a+b+c) \\
 \text{f)} \frac{b-2c}{b+2c} + \frac{c-2a}{c+2a} + \frac{a-2b}{a+2b} + \frac{(b-2c) \cdot (c-2a) \cdot (a-2b)}{(a+2b) \cdot (b+2c) \cdot (c+2a)}
 \end{array}$$

34. Vypočtete a udejte, kdy mají dané zlomky smysl:

$$\begin{array}{ll}
 \text{a)} \frac{a+b}{ax-by} + \frac{a-b}{ax+by} + \frac{2(a^2x+b^2y)}{a^2x^2+b^2y^2} - \frac{4(a^4x^3-b^4y^3)}{a^4x^4-b^4y^4} & \text{b)} 1 - \frac{a+2}{a-2} \cdot \left(\frac{a}{a+2} - \frac{a-2}{a} + \frac{a-2}{a+2} \right) \\
 \text{c)} \frac{x}{x^3+x^2y+xy^2+y^3} + \frac{y}{x^3-x^2y+xy^2-y^3} + \frac{1}{x^2-y^2} - \frac{1}{x^2+y^2} - \frac{x^2+3y^2}{x^4-y^4} & \\
 \text{d)} \left(1 - \frac{3}{3-b} \right) \cdot \left(3-b + \frac{9+b^2}{b} \right) + b - \frac{9}{b-3} & \text{e)} \left(\frac{x-y}{x+y} - 1 \right) \cdot \left(2 + \frac{2y}{x+y} \right) - y + \frac{x^2}{y-x} \\
 \text{f)} \left[15 - \left(x^4 - \frac{x^4+1}{x^2+1} \right) \cdot \frac{(x^2+1) \cdot (x-4)}{x^7+6x^6-x+6} \right] : \frac{x^2+29x+78}{xy(x^3-2x^2y+xy^2)} & \text{g)} \left(\frac{4}{y^2} - 2 + \frac{y^2}{4} \right) \cdot \frac{16y^4}{2y+y^2} \cdot \frac{4-2y+y^2}{2y(8-8y+2y^2)}
 \end{array}$$

35. Vypočtete a udejte, kdy mají zlomky smysl:

$$\begin{array}{llllll}
 \text{a) } \frac{6a}{\frac{bc}{15ac}} = & \text{b) } \frac{\frac{x}{a-b}}{\frac{x}{a+b}} = & \text{c) } \frac{\frac{a-b}{xy}}{\frac{a^2-b^2}{y^2}} = & \text{d) } \frac{\frac{a+3}{a-3} + 1}{\frac{a+3}{a-3} - 1} = & \text{e) } \frac{\frac{a-c}{b-b}}{\frac{1}{b^2}} = & \text{f) } \frac{\frac{a+b}{a-b} - 1}{\frac{a+b}{a-b} + 1} = & \text{g) } \frac{\frac{x+1}{6} + \frac{1-x}{10}}{\frac{x+1}{6} - \frac{x-1}{10}} = \\
 \text{h) } \frac{\frac{2x+3y}{2x-3y} - \frac{2x-3y}{2x+3y}}{1 - \frac{4x^2+9y^2}{4x^2-9y^2}} = & \text{i) } \frac{7x-1 + \frac{6}{7x-6}}{7x-2 + \frac{3}{7x-6}} = & \text{j) } \frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \frac{a}{2}}} = & \text{k) } \frac{1}{\frac{1-x^2}{x^2} \cdot \frac{x}{x - \frac{1}{x}}} =
 \end{array}$$

36. Vypočtěte a uveďte, kdy mají zlomky smysl:

$$\begin{array}{llll}
 \text{a) } \frac{1}{1 + \frac{a}{1+a + \frac{2a^2}{1-a}}} = & \text{b) } \frac{\frac{a^2}{b^2} - \frac{a}{b}}{\frac{a^2+b^2}{ab} - 2} : \frac{a^2}{b} = & \text{c) } \frac{\frac{a}{4} - \frac{16}{a^2}}{1 - \frac{4}{a}} \cdot (a^2 - 4a + 16) = & \text{d) } \frac{\left(\frac{x}{y}\right)^2 - \frac{x}{y^2}}{\left(\frac{x-1}{y}\right)^2} = \\
 \text{e) } \frac{1}{(x+3)^2} \cdot \left(\frac{1}{9} + \frac{1}{x^2}\right) + \frac{2}{(x+3)^3} \cdot \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{x}\right) & \text{f) } \frac{x^2 + \frac{1}{x}}{x + \frac{1}{x} - 1} = & \text{g) } \frac{\frac{1-x}{1+x} + \frac{1+x}{1+x+x^2}}{\frac{1-x+x^2}{1+x} - \frac{1-x}{1-x+x^2}} =
 \end{array}$$

37. Vypočtěte a uveďte, kdy mají zlomky smysl:

$$\begin{array}{ll}
 \text{a) } \frac{\left(\frac{a}{b} + 1\right)^2}{\frac{a}{b} - \frac{b}{a}} \cdot \frac{\frac{a^3}{b^3} - 1}{\frac{a^2}{b^2} + \frac{a}{b} + 1} : \frac{\frac{a^3}{b^3} + 1}{\frac{a}{b} + \frac{b}{a} - 1} = & \text{b) } \frac{a^4 + a^3 - a - 1}{a^3 + a^3b^2 - b^2 - 1} \cdot \frac{\left[2 + \frac{b}{a}(a^2 - 1)\right]^2 + \left[2b - \frac{1}{a}(a^2 - 1)\right]^2}{a^2 - a^{-2}} = \\
 \text{c) } \frac{1}{x^2 - 4x + 3} + \frac{1}{x^2 - 8x + 15} - \frac{1}{x^2 - 6x + 5} & \text{d) } \frac{a+4}{a^2 - 7a - 30} - \frac{a-10}{a^2 + 7a + 12} + \frac{a-9}{a^2 - 6a - 27}
 \end{array}$$

38. Vypočtěte a určete podmínky:

$$\begin{array}{llll}
 \text{a) } \frac{x^2 + 5x + 4}{x(x+1)} \cdot (x-1) & \text{b) } \frac{x+1}{x-4} \cdot (x^2 - 5x + 4) & \text{c) } \frac{x-6}{x^2 - 14x + 48} \cdot (x^2 - 3x - 40) & \text{d) } (x^3 - 1) \cdot \frac{x+1}{x^2 + x + 1} \\
 \text{e) } \frac{(a-b)^2}{a+b} \cdot \left(-\frac{b}{ax-bx}\right) & \text{f) } \left(y - \frac{xy-y^2}{x}\right) \cdot \left(x - \frac{xy-x^2}{y}\right) & \text{g) } \left(\frac{a+2}{4} - \frac{a+3}{5}\right) \cdot \frac{20}{a-2} & \text{h) } \left(1 + \frac{a}{1-a}\right) \cdot (1+a)
 \end{array}$$

39. Vypočtěte a určete podmínky:

$$\begin{array}{lll}
 \text{a) } \frac{b}{3} \cdot \left(5 + \frac{7b}{3a+b}\right) \cdot \left(1 - \frac{2a+3b}{5a+4b}\right) & \text{b) } \left(a + \frac{a^2}{a-1}\right) \cdot (a-1) \cdot \frac{a+1}{2a^2 - a} & \text{c) } \left(\frac{12x^2}{35r^3} + \frac{72r^2}{5x}\right) : 12rx \\
 \text{d) } \left(\frac{2a^2b^2}{3xy^2} \cdot \frac{bx^2}{a^2y}\right) : \frac{b^3}{12ax} & \text{e) } \left[\frac{32(a-b)^2}{45(a^2-b^2)} : \frac{8(a-b)}{9(a+b)}\right] : \frac{5(a-b)}{4(a+b)} & \text{f) } \left[(a+2)^2 : \frac{a+2}{a-2}\right] : (a-2) \\
 \text{g) } \frac{x^2 + 4xy + 4y^2}{6xy} : (x+2y) & \text{h) } \frac{a^2 + 2a - 35}{a^2 - 12a + 35} : \left(-\frac{a+7}{a-7}\right) & \text{i) } \frac{x^2 + 11x + 28}{x^2 + 9x - 22} : \frac{x^2 + 4x - 21}{x^2 + x - 110} \\
 \text{j) } \left(\frac{x^2 + x - 12}{x^2 + 3x - 40} \cdot \frac{x+8}{x-3}\right) : \frac{x+1}{x-5} & \text{k) } \left[\left(\frac{2a}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{6x}{a^2}\right)^2\right] : \left(\frac{4x}{a}\right)^2 & \text{l) } \left[1 - \left(\frac{2}{3a}\right)^2\right] : \left[a^2 - \left(\frac{2}{3}\right)^2\right]
 \end{array}$$

40. Vypočtěte a určete podmínky:

$$a) \frac{9x^2}{2y} - 2y = \frac{3x}{2y} - 1 \quad b) \frac{2x - \frac{1+4x}{3}}{2x - \frac{1+8x}{5}} = \quad c) \frac{\frac{a}{3} - \frac{b}{2}}{\frac{a^2}{3} - ab + \frac{3b^2}{4}} = \quad d) \frac{2a+2b}{\frac{2+2b}{a+b}} =$$

41. Vypočtete a určete podmínky:

$$a) \frac{2x^3(x+y)}{x^4 + 2x^3y + y^2x^2} \quad b) \frac{1}{a+1} - \frac{2a}{a^2-1} \quad c) \frac{a^3+b^3}{a^2+b^2+2ab} \quad d) \frac{a^4-2a^3b+a^2b^2}{2a^3(a-b)}$$

$$e) \frac{2x}{x^2-1} - \frac{1}{x+1} \quad f) \frac{x^3y-xy^3}{x^2-xy} \quad g) \frac{a^2+ab}{a^3b-ab^3} \quad h) \frac{x^4-2x^3y+x^2y^2}{x^4-x^3y}$$

42. Vypočtete a určete podmínky:

$$a) \frac{a^2+b^2-2ab}{a^3-b^3} \quad b) \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2-2xy} \quad c) \frac{x^2+y^2+2xy}{x^2-y^2} \quad d) \left(\frac{1}{a+1} - \frac{2a}{a^2-1}\right) \cdot \left(\frac{1}{a}-1\right)$$

$$e) \left(\frac{a^3}{b^3} + \frac{3a^2}{b^2} + \frac{3a}{b} + 1\right) \cdot \left(\frac{ab^3}{a^3+2a^2b+ab^2}\right) \quad f) \left(\frac{ab^2+b^3}{-a^4+b^4}\right) \cdot \left(\frac{a^2}{b^2}-1\right) \quad g) \frac{x^4-y^4}{xy^2+y^3} : \left(\frac{x^2}{y^2}-1\right)$$

43. Vypočtete a určete podmínky:

$$a) \frac{y^3x-y^4}{x^4-y^3x} \cdot \left(\frac{x^2}{y^2} + \frac{x}{y} + 1\right) \quad b) \left(\frac{x^2y-2xy^2+y^3}{y^5+y^4x}\right) : \left(\frac{x^3}{y^3} - \frac{3x^2}{y^2} + \frac{3x}{y} - 1\right) \quad c) \frac{a^3b-a^4}{b^4-a^3b} \cdot \left(\frac{b^2}{a^2} + \frac{b}{a} + 1\right)$$

$$d) \frac{x^5-2x^4y+y^2x^3}{x^5-x^3y^2} \quad e) \frac{a^3b^3-a^4b^2}{a^3b^5-a^5b^3} \quad f) \frac{1}{b+3} - \frac{2b}{b^2-9} \quad g) \left(\frac{x^2}{y^2}-1\right) \cdot \left(\frac{xy^2+y^3}{y^4-x^4}\right)$$

Řešení:

1. a) -6b b) 6a c) $5x^2y + 2x^2y^2$ 2.a) $-19x^3 + 17x^2 + 13x - 3$ b) $a^2b^2(11a-12b)$ c) $31a^3 + 2a^2b^2 - a^2b - 12xycy - 2ab^2$

d) $9,96x - 12,5y + 6,55$ e) $\frac{11}{3}a + \frac{5}{4}b - 2c$ f) $-14,15m + 0,4n + 11,5$ g) $0,05a - 9,15b$ h) $10,375u - 7,93x - \frac{8}{9}$ 3. hledaný

výraz označíme L, pak musí platit, že $V + L = 5x - 5y$: a) $2x + y$ b) $11x - 13y - 6$ c) $2x - 3y + 7$ 4. vypočítáme zvlášť levou a pravou stranu a porovnáme, výsledný výraz je stejný: $a^4 + b^4 + c^4 + d^4 + 2(a^2b^2 + a^2c^2 + a^2d^2 + b^2c^2 + b^2d^2 + c^2d^2)$

5. a) $-2a^2bc + ab^2c - 3abc^2$ b) $-24a^3b + 16a^3b^2 - 12a^2b$ c) $-7x^4 + 53x^3 - 15x^2$ d) $3a^3 + 7a^2 + 5a + 6$

e) $-36a^3 + 36a^2b - 36a^2c$ f) $-12x^7 + 9x^6 + 6x^5 + 3x^4$ g) $-28a^3b^2 + 24a^5b^3 - 96a^4b^4$

h) $4x^5 + 5y^5 - 14x^4y + 18x^3y^2 - 23x^2y^3 + 16xy^4$ 6. a) $20x^6 - 42x^5 + 5x^4 + 48x^3 - 50x^2 - 9x + 28$

b) $5xy - 3y^2 - 8x^2y - 27xy^2 - 4x^3y + 48x^2y^2 + 9xy^3 + 18y^3 - 27y^4 + 12x^3 - 16x^4 - 2x^2$ c) $x^2y^2 - x^4$ d) $3a - 12$

e) $0,216x^3 - 0,108x^2y + 0,432xy^2 + 0,27y^3$ f) $\frac{3}{4}x^3 + \frac{3}{4}x^2 - \frac{21}{8}x + \frac{27}{16}$ 7. a) $16x^4 - y^4$ b) $a^5 - 243b^5$ c) $n^6 - m^6$

8. a) $\frac{769}{50} = 15,38$ b) -20664 c) $-\frac{40}{27}$ 9. a) $4a^4b^2 - 20a^3b^3 + 25a^2b^4$ b) $9x^2y^2 + 24x^2y^3 + 16x^2y^4$

c) $\frac{9}{16}a^2 - \frac{9}{5}a + \frac{36}{25}$ d) $a^6 + 4a^5 + 4a^4$ e) $b^2 - 4ab + 4a^2$ f) $9x^8y^{10} - \frac{18x^5y^7}{5} + \frac{9x^2y^4}{25}$ g) $27 + 9x + 3x^2 + x^3$

h) $-8x^3 - 12x^2 - 6x - 1$ i) $8x^6 - 12x^4y + 6x^2y^2 - y^3$ j) $4b^2 + 4ab + 16b + a^2 + 8a + 16$ k) $\frac{a^3}{125} + \frac{3a^2}{50} + \frac{3a}{20} + \frac{1}{8}$

10. a) $-60a^6 + 40a^5b^2 + 8a^4b^4 - 6a^3b^6 - ab^{10}$ b) $-2x^2(x^2 + 3y^2)$ c) $2x^2y$ d) $2x^5 - 4x^4 + 8x^3 - 12x^2 + 6x$
e) $-108x^4y^3 - 16y^9$ 11. a) $-8a^6b^3c^9 + 36a^5b^4c^9 - 54a^4b^5c^9 + 27a^3b^6c^9$ b) $x^6y^3 - 15x^5y^4 + 75x^4y^5 - 125x^3y^6$
c) $a^2 + 4ax + 2ac - 8a + 4x^2 + 4cx - 16x + c^2 - 8c + 16$ d) $4x^4y^{12}z^6 - \frac{4}{3}x^4y^7z^4 + \frac{1}{9}x^4y^2z^2$
12. a) $16a^4 - 96a^3 + 216a^2 - 216a + 81$ b) $x^{10} - 10x^8y^2 + 40x^6y^4 - 80x^4y^6 + 80x^2y^8 - 32y^{10}$ c) $12(x+1)$
d) $4x^2(x^4 + 6x^2 + 9)$ e) $\frac{8}{81}x^3 - \frac{8}{45}x^2 + \frac{8}{75}x - \frac{8}{375}$ 13. a) $0,09a^4 - 2,4a^2b + 16b^2$ b) $\frac{4}{9}m^6 - \frac{4}{5}m^3n^2 + \frac{9}{25}n^4$
c) $2,25a^4b^2 - 2,4a^3b^3 + 0,64a^2b^4$ d) $\frac{a^2b^2}{25}(c^4 + 2c^2 + 1)$ 13a.a) $x^{2m+4} - y^2x^{m+2} + \frac{y^2}{4}$ b) $0,04x^{2n-2}y^8 + 25x^{2-2n}y^2 + 2y^5$
c) $16y^{2n-2} - 24x^2y^{n-1} + 9x^4$ d) $0,36x^{4n+2} - 1,8x^{3n+3} + 2,25x^{2n+4}$ e) $27x^{3n} - 27x^{2n} + 9x^n - 1$
f) $125a^{3x-9} - 225a^{x-3} + 135a^{3-x} - 27a^{9-3x}$ g) $-a^{3(m-n)}b^{3m} - 3a^{m-2n+2}b^{3m-2} - 3a^{-m-n+4}b^{3m-4} - a^{6-3m}b^{3m-6}$
h) $x^4 + \frac{1}{4x^4} + 1$ 14. a) $2(3r - s + 4)$ b) $7x(a+1)$ c) $11y^2(2y - x)$ d) $5y(11y - 1)$ e) $7a(2a^2 + 3ab - b)$ d) $6ab^2(2a - 3 + 5b^2)$
f) $5y^2(4y^2 + 5r + 2y)$ g) $15x^2y^2(7x^2 - y)$ h) $-3xz^2(8xy^3 + 3z)$ i) $x^2yz^4\left(\frac{2}{3}x - \frac{3}{5}y\right)$ j) $a(a - 2 + 3b)$ k) $4a(2a - 7b - b^2)$
l) $-9a(3a - 9 + 2a^2)$ m) $7a^2c(15a^2bc - 5a + 12b^3)$ n) $-6a^2bc^3(6a^2b^4 - 2a - 7b^2c)$ 15. a) $(r+2) \cdot (s+3)$
b) $(7s - 5r) \cdot (9r + 4s)$ c) $(s - r) \cdot (6s - 5r)$ d) $(r - s) \cdot (1 + 2t)$ e) $(y - 1) \cdot (x - 1)$ f) $(x + 1) \cdot (x^2 + 1)$ g) $(4x + 1) \cdot (x^2 - 3)$
h) $(x + y) \cdot (4 + a)$ i) $(x - y) \cdot (4 + a)$ j) $(k - 3) \cdot (5 - k)$ k) $(a + b) \cdot (7 - 2a)$ l) $(x + y) \cdot (10 - x)$ m) $(y^2 + 3) \cdot (2 - y + x)$
n) $(a - 2b) \cdot (a + 3 - b)$ 16. a) $(x - 5)^2$ b) $(2x - 7)^2$ c) $(8 - 3x)^2$ d) $\left(5x - \frac{3}{2}\right)^2$ e) $(7 - r) \cdot (7 + r)$ f) $(2a^2b - 5c)^2$
g) $(u^2v + 3)^2$ h) $\frac{1}{4}(u^4 - 4u^2v + 36)$ i) $(r + 5) \cdot (r - 5)$ j) $(9r - 10) \cdot (9r + 10)$ k) $(x + 5) \cdot (7x - 5)$ l) $(4x + 7) \cdot (22x - 7)$
m) $(20x + 8y + 5) \cdot (20x - 8y - 5)$ n) $(2x - y + z) \cdot (2x - 5y + 4)$ o) $(4y - x) \cdot (3x - 2y)$ p) $(1 - y) \cdot (5y - 7)$
q) $(x - 1) \cdot (x + y) \cdot (x - y)$ r) $(2x - y + z) \cdot (2x - y - z)$ s) $(a - 3b + c) \cdot (a - 3b - c)$ t) $(m + 4n - 9) \cdot (m - 4n - 9)$
u) $(p + r + o) \cdot (p + r - o)$ v) $(x + 2y + z - 3) \cdot (x + 2y - z + 3)$ 17. a) $7ab(a^2c - 2a^3bc^2 - 3b^3)$ b) $(3x - 9y) \cdot (3x + 9y)$
c) $a^2(a^2(x - y) + x + y)$ d) $(a + 2b) \cdot (a + 2b - c)$ e) $(x - y)^2 \cdot (x + y)$ f) $5x^2y(y + 2) \cdot (y^2 - 2y + 4)$ g) $(a + 1) \cdot (a^3 + a - 1)$
h) $2y(3x^2 + y^2)$ i) $(a - 1)^2(1 + a^2)$ nápověda: $2a^2 = a^2 + a^2$ k) $(x + 1) \cdot (2x - 1)$ l) $(x + 1) \cdot (x - 2)^2$
18. a) $(2x^2 + 31x + 120) \cdot (2x^2 + 35x + 120)$ nápověda: zavedeme substituci $a = x^2 + 60$ b) $9(x^2 + 4x + 1) \cdot (x + 1)^2$
nápověda: zavedeme substituci $a = x^2 + 1$, vše roznásobíme a poté vytkneme číslo 9, obdržíme kvadratickou trojčlen,
který rozložíme na součin a pak dosadíme zpátky za a. c) $(x + 2) \cdot (x + 6) \cdot (x^2 + 8x + 22)$ nápověda: zavedeme substituci
 $a = x + 4 \rightarrow x + 1 = a - 3, x + 3 = a - 1, x + 5 = a + 1, x + 7 = a + 3$ roznásobíme a obdržíme kvadratický trojčlen
s neznámou a^2 , trojčlen upravíme na součinnový tvar a potom zpátky dosadíme za a d) $(2x - 3)^3$ e) $(x - 1) \cdot (x + 3) \cdot (x + 7)$
f) jako za e g) $x(x + 5) \cdot (x + 7)$ 19. a) $(x + 2)^2 \cdot (x^2 + 6x + 4)$ b) $(x + 2) \cdot (x - 1) \cdot (x^2 + x + 6)$ c) $(4x + a)^2 \cdot (x - 2a)$
nápověda: roznásobte a pak rozepište: $-24 = -32 + 8$ $a - 15 = -16 + 1$ c) $2(a + b + c) \cdot [(a + b + c)^2 - 3(ab + bc + ca)]$
nápověda: roznásobte a pak nahraďte pomocí $(a+b+c)^3$ d) 0 20. a) $(ay - bx)^2$ b) $3[a^2(b - c) + b^2(c - a) + c^2(a - b)]$
c) $(ay - bx)^2 + (az - cx)^2 + (bz - cy)^2$ d) $(a^2 + b^2 + c^2)^2$ e) $ac(x - z)^2 + ab(x - y)^2 + cb(y - z)^2$ f) $(b + c)(a + c)(a + b)$

21. a) $(x+4) \cdot (x-2)$ b) $(x+1) \cdot (x+3)$ c) $(x+5) \cdot (x-4)$ d) $(x+2) \cdot (x+1)$ e) $(x+3) \cdot (x+5)$ f) $(x-7) \cdot (x-8)$
g) $(x-11) \cdot (x+1)$ h) $(x-10) \cdot (x+4)$ i) $-(x+2) \cdot (x+16)$ j) $(x+5) \cdot (x-2)$ k) $3(x-8) \cdot (x+2)$ l) $2(x+5) \cdot (x-4)$
m) $(x-13) \cdot (x-2)$ n) $(x-7) \cdot (x+1)$ o) $3(x-6) \cdot (x+1)$ 22. a) $2x^3 - x^2 + 2x - 1$ b) $3r - 7s$ c) $2x^2 + 2$
d) $2a^5 + 5a^3 - 3a$ e) $x - 5$ f) $2x - a$ g) $x^2 + 2x - 1$ h) $x + 3$ i) $2x - 3$ j) $2x - 1$ k) $25a^2 - 4$ l) $4a^3 - 3a^2 + 2a - 1$
m) $-5x^2 + 3x + 7$ n) $2a - 3$ 23. a) $4x^2 - 3x + 2$ b) $a^6 + a^3b^3 + b^9$ c) $x^2 - 13x + 14 + \frac{248x^2 + 40x - 80}{x^3 + 12x + 8}$ (dělení se
zbytkem) d) $a^5 - 2a^4 + 4a^3 - 8a^2 + 16a - 32$ e) $3a + 2b - c$ f) $3a - 2$ g) $12a + 5b - 7c$ h) $6x^2 + 37x + 148 + \frac{599}{x - 4}$
(dělení se zbytkem) i) $3a^2 - 2ab - b^2$ j) $a^2 + (n+1)a + 1$ k) $2a^2 - 5b^3 + 1$ l) $a^8 + a^7 + a^6 + a^5 - 2a^4 - 2a^3 - 2a^2 - 2a - 2 - \frac{2}{a-1}$
(dělení se zbytkem) 24. a) $\langle -1, \infty \rangle$ b) $(-\infty, 3)$ c) $(-\infty, 3)$ d) $(x \in (-2, \infty) \text{ a } y \in (-\infty, 1))$ nebo $(x \in (-\infty, -2) \text{ a } y \in \langle 1, \infty \rangle)$
e) $\langle -1, 1 \rangle$ f) \mathbf{R} g) $x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}$ h) $\langle -3, -1 \rangle$ i) $x \in \mathbf{R}, y \in (2, \infty), z \in (2, \infty)$ j) $x \in \mathbf{R}, y \in \langle 5, \infty \rangle$ k) $x \in \mathbf{R} - \{0\}, y \in \mathbf{R}$
25. a) $x \neq 2$ b) $a \neq 3$ c) $c \neq -\frac{4}{3}$ d) $n \neq \pm 2$ e) $b \neq -\frac{3}{2}$ f) $x \neq \pm \frac{1}{2}$ g) $x \neq -2, x \neq 3, x \neq 4$ h) $a \in \mathbf{R}$ i) $a \in \mathbf{R}$ j) $x \neq \pm 1$
k) $c \neq \pm 1$ 26. a) $\frac{133}{36}a - \frac{2}{3}b$ b) $\frac{13x - 19y}{12}$ c) $\frac{b^2 + 2ab - a^2}{a^2 - b^2}, a \neq \pm b$ d) $\frac{x}{18a}, x \neq 0, y \neq 0, a \neq 0$ e) $\frac{2(a^2 + b^2)}{a^2 - b^2}, a \neq \pm b$
f) $\frac{4a^2 - 7ax}{a^2 - 4x^2}, a \neq \pm 2x$ g) $\frac{12x^2 + 7x - 2}{x(4x^2 - 1)}, x \neq 0, x \neq \pm \frac{1}{2}$ h) $\frac{2(x^4 - 8x^3 + 4x^2 + 32x - 72)}{(x^2 - 4) \cdot (x^2 - 9)}, x \neq \pm 3, x \neq \pm 2$
i) $-\frac{x^3 + 1}{x(x-1)^3}, x \neq 0, x \neq 1$ 27. a) $\frac{3a+1}{4(a+1)}, a \neq -1$ b) $\frac{11x-27}{6(2x-1)}, x \neq \frac{1}{2}$ c) $\frac{2r+7}{12(1-r)}, r \neq 1$ d) $\frac{7y+10}{15(y+2)}, y \neq -2$
e) $\frac{9a+1}{9a^2-1}, a \neq \pm \frac{1}{3}$ f) $\frac{-2a}{a^2-1}, a \neq \pm 1$ g) $\frac{x+y}{x-y}, x \neq y$ 28. a) $\frac{-2ab}{a^2-b^2}, a \neq \pm b$ b) $\frac{x-y}{x+y}, x \neq \pm y$ c) $\frac{-80x}{16x^2-25},$
 $x \neq \pm \frac{5}{4}$ d) $\frac{x^2-x-4}{2x(1-x^2)}, x \neq 0, x \neq \pm 1$ e) $\frac{4}{(x-3) \cdot (x-4)}, x \neq 3, x \neq 4$ f) $\frac{2}{(a-2) \cdot (a-3)}, a \neq 1, a \neq 2, a \neq 3$
29. a) $-\frac{1}{x}, x \neq \pm 1, x \neq 0$ b) $\frac{x(2x^2-4x+1)}{1-x^2}, x \neq 2, x \neq \pm 1$ c) $\frac{a(b^2-a^2+2ab)}{(a^2+b^2) \cdot (a-b)}, a \neq \pm b$ d) $\frac{a^2(a-b)}{x},$
 $a \neq \pm b, a \neq \pm x, x \neq 0$ e) $\frac{2xy}{x+2yz}, x \neq -2yz, x \neq z$ f) $\frac{x^2y}{x+y}, x \neq \pm y$ g) $\frac{1}{2}x(x+y), x \neq \pm y$ h) $\frac{x^2+y^2}{x},$
 $x \neq 0, x \neq \pm y$ i) $\frac{(2x-5) \cdot (x^2-y^3)}{x^2+xy+y^2}, x \neq \pm \frac{5}{2}, x \neq 0$ a současně $y \neq 0$ 30. a) $\frac{r(r+p)}{6s(r-p)}, r \neq p$ b) $\frac{5(x-y)}{2(x+y)}, x \neq \pm y$
c) $\frac{3}{5}y(x+2y), x \neq 0, x \neq 2y$ d) $\frac{a+b}{(a-2) \cdot (a-b)}, a \neq 2, a \neq 3, a \neq b$ e) $\frac{b(9a^2-4a-6)}{-6a}, a \neq 0, b \neq 0$ f) $\frac{-4(2x+1)}{(x+1)^2},$
 $x \neq -1$ g) $\frac{2x(x-y)}{(2x-3y)^2}, x \neq \pm \frac{3}{2}y$ 31. a) $\frac{2}{2+x}, x \neq \pm 2$ b) $\frac{1}{2(a^2+b^2)}, a \neq \pm b$ c) $\frac{2x^2-5xy+2y^2}{2x-3y}, x \neq \pm 3y, x \neq \frac{3}{2}y$
d) $(x-1)^2 \cdot (x^2-x+1)^2, x \neq \pm 1$ e) $\frac{2(x-y)}{x^2+xy+y^2}, x \neq y, x \neq 0$ f) $\frac{a-4}{2(a-1) \cdot (a-5)}, a \neq 1, a \neq 5$ g) $\frac{x-r}{x-m},$
 $x \neq \pm m, x \neq \pm r, x \neq -n$ h) $\frac{b}{6cy}, a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0, x \neq 0, y \neq 0$ i) $\frac{14acd}{3bx}, a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0, d \neq 0, x \neq 0$

32. a) $\frac{5ax}{4y(a+b)}$, $x \neq 0$, $y \neq 0$, $a \neq \pm b$ b) $\frac{12ay^2 + 2abxy + bx^2}{2y^2}$, $a \neq 0$, $b \neq 0$, $x \neq 0$, $y \neq 0$ c) $\frac{1}{20a^5}$, $a \neq 0$, $c \neq 0$, $x \neq 0$, $y \neq 0$

33. a) $\frac{-(17y^6 + 20y^4 + 206y^2 + 11)}{(9y^2 - 1) \cdot (4y^2 + 1) \cdot (5y^2 + 2)}$, $y \neq \pm \frac{1}{3}$ b) $\frac{x^3 + 2x^2y + 3y^3 + 2xy^2}{xy(x+y)}$, $x \neq 0$, $y \neq 0$, $x \neq -y$ c) $\frac{7x^2 - 2x + 1}{(1-2x)^3}$, $x \neq \frac{1}{2}$ d) $\frac{xy}{x+y}$, $x \neq \pm y$ e) $2a(a+b-c)$, $a+b \neq c$ f) $\frac{-28abc}{(a+2b) \cdot (b+2c) \cdot (c+2a)}$, $a \neq -2b$, $a \neq -\frac{c}{2}$, $b \neq 2c$ 34.

a) $\frac{4b^2y}{a^2x^2 - b^2y^2}$, $ax \neq \pm by$ b) $\frac{-4}{a(a-2)}$, $a \neq 0$, $a \neq \pm 2$ c) 0 , $x \neq \pm y$ d) $\frac{b^2}{b-3}$, $b \neq 0$, $b \neq 3$

e) $\frac{x^4 - y^4 + 4x^2y + 4xy^2 - 8y^3 - xy^3 + 3x^3y + 2x^2y^2}{(x+y)^2(y-x)}$, $x \neq \pm y$ f) $\frac{x^2y(x-y)^2(x-10)}{2(x-6)(x+3)(x+26)}$, $x \neq 0$, $x \neq -3$, $x \neq 6$, $x \neq -26$, $x \neq y$, $y \neq 0$ g) $y^3 + 8$, $y \neq 0$, $y \neq \pm 2$ 35. a) $\frac{2}{5c^2}$, $a \neq 0$, $b \neq 0$, $c \neq 0$ b) $\frac{a+b}{a-b}$, $a \neq \pm b$, $x \neq 0$ c) $\frac{y}{x(a+b)}$, $a \neq \pm b$, $x \neq 0$, $y \neq 0$

d) $\frac{a}{3}$, $a \neq 3$ e) $b(a-c)$, $b \neq 0$ f) $\frac{b}{a}$, $a \neq 0$, $a \neq b$ g) $\frac{3(x+9)}{8(x+4)}$, $x \neq -4$ h) $-\frac{4x}{3y}$, $y \neq 0$, $x \neq \pm \frac{3}{2}y$ i) $\frac{7x-4}{7x-5}$, $x \neq \frac{6}{7}$ j) $\frac{2+a}{a}$, $a \neq 0$, $a \neq -2$ k) $\frac{1}{(x^2-1)(x+1)}$, $x \neq \pm 1$, $x \neq 0$ 36. a) $\frac{a^2+1}{a+1}$, $a \neq 1$ b) $\frac{1}{a-b}$, $a \neq 0$, $b \neq 0$, $a \neq b$ c) $\frac{a^4 + 16a^2 + 256}{4a}$, $a \neq 0$, $a \neq 4$ d) $\frac{x}{x-1}$, $x \neq 1$, $y \neq 0$ e) $\frac{1}{9x^2}$, $x \neq 0$, $x \neq -3$ f) $x+1$, $x \neq 0$ g) $\frac{1}{x^3}$, $x \neq 0$ 37. a) 1 , $a \neq 0$, $b \neq 0$, $a \neq \pm b$

b) $\frac{a^2+1}{a-1}$, $a \neq 0$, $a \neq \pm 1$ c) $\frac{1}{(x-1)(x-5)}$, $x \neq 1$, $x \neq 3$, $x \neq 5$ d) $\frac{a^2 + 22a - 124}{(a+3)(a+4)(a-10)}$, $a \neq -3$, $a \neq -4$, $a \neq 10$ 38. a) $\frac{(x+4)(x-1)}{x}$, $x \neq 0$, $x \neq -1$ b) $x^2 - 1$, $x \neq 4$ c) $x+5$, $x \neq 8$, $x \neq 6$ d) $x^2 - 1$, $x \in \mathbf{R}$ e) $\frac{b(b-a)}{x(a+b)}$, $x \neq 0$, $a \neq \pm b$ f) $\frac{x^3}{y}$, $x \neq 0$, $y \neq 0$

g) 1 , $a \neq 1$ h) $\frac{1+a}{1-a}$, $a \neq 1$ 39. a) b , $a \neq -\frac{b}{3}$, $a \neq -\frac{4b}{5}$ b) $a+1$, $a \neq 1$, $a \neq 0$, $a \neq \frac{1}{2}$ c) $\frac{x^2 + 42r^5}{35r^4x^2}$, $r \neq 0$, $x \neq 0$

d) $\frac{8ax^2}{y^3}$, $a \neq 0$, $y \neq 0$, $b \neq 0$, $x \neq 0$ e) $\frac{16(a+b)}{25(a-b)}$, $a \neq \pm b$ f) $a+2$, $a \neq \pm 2$ g) $\frac{x+2y}{6xy}$, $x \neq 0$, $y \neq 0$, $x \neq -2y$ h) -1 , $a \neq \pm 7$, $a \neq 5$ i) $\frac{x^2 - 6x - 40}{x^2 - 5x + 6}$, $x \neq -11$, $x \neq 2$, $x \neq -7$, $x \neq 3$ j) $\frac{x+4}{x+1}$, $x \neq -1$, $x \neq 3$, $x \neq 5$, $x \neq -8$ k) 1 , $a \neq 0$, $x \neq 0$ l) $\frac{1}{a^2}$, $a \neq 0$, $a \neq \pm \frac{2}{3}$ 40. a) $3x+2y$, $y \neq 0$, $x \neq \frac{2y}{3}$ b) $\frac{5}{3}$, $x \neq \frac{1}{2}$ c) $\frac{2}{2a-3b}$, $a \neq \frac{3b}{2}$ d) $\frac{a}{1+b}$, $a \neq 0$, $b \neq -1$, $a \neq -b$

41. a) $\frac{2x}{x+y}$, $x \neq -y$ b) $\frac{1}{1-a}$, $a \neq \pm 1$ c) $\frac{a^2 - ab + b^2}{a+b}$, $a \neq -b$ d) $\frac{a-b}{2a}$, $a \neq 0$, $a \neq b$ e) $\frac{1}{x-1}$, $x \neq \pm 1$ f) $y(x+y)$, $x \neq 0$, $x \neq y$ g) $\frac{1}{b(a-b)}$, $a \neq \pm b$, $b \neq 0$ h) $\frac{x-y}{x}$, $x \neq 0$, $x \neq y$ 42. a) $\frac{a-b}{a^2 + ab + b^2}$, $a \neq b$ b) $\frac{x+y}{x-y}$, $x \neq y$ c) $\frac{x+y}{x-y}$, $x \neq \pm y$ d) $\frac{1}{a}$, $a \neq \pm 1$, $a \neq 0$ e) $a+b$, $a \neq 0$, $b \neq 0$, $a \neq -b$ f) $-\frac{a+b}{a^2 + b^2}$, $a \neq \pm b$, $b \neq 0$ g) $\frac{x^2 + y^2}{x+y}$, $y \neq 0$, $x \neq \pm y$

43. a) $\frac{y}{x}$, $x \neq y$, $y \neq 0$, $x \neq 0$ b) $\frac{1}{x^2 - y^2}$, $x \neq \pm y$, $y \neq 0$ c) $\frac{a}{b}$, $a \neq 0$, $b \neq 0$, $a \neq b$ d) $\frac{x-y}{x+y}$, $x \neq \pm y$, $x \neq 0$ e) $\frac{1}{b(a+b)}$, $a \neq 0$, $b \neq 0$, $a \neq \pm b$ f) $\frac{1}{3-b}$, $b \neq \pm 3$ g) $-\frac{x+y}{x^2 + y^2}$, $x \neq \pm y$, $y \neq 0$